

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

# Tutorato di Geometria 2

A.A. 2009-2010 - Docente: Prof. A. Verra

Tutori: Dott.ssa Paola Stolfi e Annamaria Iezzi

TUTORATO NUMERO 5 (2 DICEMBRE 2009)

CONICHE

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Dato il fascio di coniche in  $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ :

$$\Gamma_t : x^2 + y^2 - 4txy + 2ty + 1 = 0$$

- (a) Classificare  $\Gamma_t$  al variare del parametro  $t$ ;
- (b) per i valori di  $t$  per cui  $\Gamma_t$  è una conica a centro e a punti reali, determinarne il centro di simmetria;
- (c) per  $t = 1$  ridurre  $\Gamma_1$  alla sua forma canonica  $D$  affinementemente equivalente e scrivere l'equazione dell'affinità  $T$  tale che  $T(\Gamma_1) = D$ .

2. Sia  $C$  la conica di  $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$  di equazione

$$\frac{1}{4}x^2 + y^2 - x - 2y + 1 = 0.$$

- (a) Riconoscere che  $C$  è un'ellisse generale.
- (b) Determinarne il centro, i due assi di simmetria e i quattro vertici.
- (c) Data l'affinità  $T$  di equazioni  $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 3y \end{cases}$  e  $R_{P,\vartheta}$  la rotazione di centro  $P = (1, 1)$  e angolo  $\vartheta = \frac{\pi}{2}$  scrivere le equazioni di  $f = T \circ R_{P,\vartheta}$  e determinare l'equazione di  $f(C)$ , indicandone il centro, gli assi e i quattro vertici.

3. Sia  $C$  la conica euclidea di  $\mathbb{E}^2(\mathbb{R})$  di equazione:

$$7x^2 - 3y^2 - 10\sqrt{3}xy + 12\sqrt{3}x - 12y - 12 = 0.$$

- (a) Determinarne il tipo.
- (b) Determinare tutte le isometrie di  $\mathbb{E}^2(\mathbb{R})$  (indicandone il tipo e scrivendone le equazioni) che trasformano  $C$  nella forma canonica  $D$  ad essa congruente.

4. Sia  $C$  la conica di  $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$  di equazione

$$x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y = 0.$$

- (a) Verificare che  $C$  è una parabola semplicemente degenere e determinare il riferimento affine in cui  $C$  ha equazione canonica.
- (b) Determinare le equazioni delle due rette in cui  $C$  è spezzata.

5. Siano date l'iperbole  $C$  di equazione

$$x^2 - y^2 = 1.$$

e la rotazione  $f$  di angolo  $\frac{\pi}{4}$  e di centro  $P = (1,1)$ . Si determinino l'equazione di  $f(C)$ , il suo centro di simmetria e i suoi asintoti.